Exemples

$+\infty - \infty$ (F.I) (le plus fort en facteur)

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(e^x+1) - x = \lim\limits_{x\to+\infty} \ln\left(e^x(1+e^{-x})\right) - x$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \ln e^x + \ln(1+e^{-x}) - x$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} x + \ln(1+e^{-x}) - x$ ($e^{-x} \to 0$)

$= 0$

- $\lim\limits_{x\to+\infty} x - e^x = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(1 - \frac{e^x}{x}\right) = -\infty$ ($x \to +\infty$, $\frac{e^x}{x} \to -\infty$)

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^{\sqrt{x}}}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^{\sqrt{x}}}{(\sqrt{x})^2} = +\infty$

$\frac{e^u}{u} \to +\infty = +\infty$

- $\lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{\sqrt{x}}-1}{x} = \lim\limits_{x\to 0} \frac{e^{\sqrt{x}}-1}{\sqrt{x}} \times \frac{1}{\sqrt{x}} = +\infty$

($\sqrt{x} \to 0$, $\frac{e^{\sqrt{x}}-1}{\sqrt{x}} \to 1$, $\frac{1}{\sqrt{x}} \to +\infty$)

- $\lim\limits_{x\to 2} \frac{e^x - e^2}{x-2} = ?$ $\left(\frac{0}{0}\right)$

or exp est dérivable sur $\mathbb{R}$ en particulier en 2.

$$\lim_{x\to 2} \frac{\exp(x)-\exp(2)}{x-2} = \exp'(2) = e^2.$$

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^{2\sqrt{x}}}{x^3} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{e^{2\sqrt{x}}}{(2\sqrt{x})^6} \times 2^6 = +\infty$

($2\sqrt{x} \to +\infty$)

- $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x-(e^x-1)}{x(e^x-1)} = ?$ Hors programme